

Оглавление

Предисловие редактора перевода	5	
Предисловие	7	
Глава 1	Гамма-функция и функции, с ней связанные	11
1.1.	Определения и элементарные свойства	11
1.2.	Степенные ряды и другие разложения в ряды	11
1.3.	Асимптотические разложения	17
1.4.	Рациональные приближения для $\Psi(z)$	23
1.5.	Неравенства	26
1.6.	Библиография и информация о таблицах	30
1.6.1.	Основные источники	30
1.6.2.	Описание таблиц с указанием источников	30
1.6.3.	Описание других приближений и разложений с указанием источников	31
Глава 2	Биномиальная функция	33
2.1.	Степенные ряды	33
2.2.	Разложения в ряды по полиномам Якоби и Чебышева	33
2.3.	Разложения в ряды по функциям Бесселя	34
2.4.	Приближения Паде	34
2.4.1.	$(1 + \frac{1}{z})^{-c}$	34
2.4.2.	Квадратный корень	36
2.4.3.	Коэффициенты Паде	38
2.4.4.	Функция e^{-w}	40
2.5.	Неравенства	43
Глава 3	Элементарные функции	45
3.1.	Логарифмические функции	45
3.1.1.	Степенные ряды	45
3.1.2.	Разложения в ряды по многочленам Чебышева	46
3.1.3.	Приближения Паде	48
3.1.4.	Неравенства	50

3.2. Показательная функция	51	
3.2.1. Разложения в ряды	51	
3.2.2. Разложения в ряды по многочленам Якоби и Чебышева и бесселевым функциям	52	
3.2.3. Приближения Паде	55	
3.2.4. Неравенства	59	
3.3. Тригонометрические и гиперболические функции	60	
3.3.1. Степенные ряды	60	
3.3.2. Разложения в ряды по многочленам Якоби и Чебышева и бесселевым функциям	60	
3.3.3. Рациональные приближения и приближения Паде	65	
3.3.4. Неравенства	68	
3.4. Обратные тригонометрические и гиперболические функции	69	
3.4.1. Степенные ряды	69	
3.4.2. Разложения в ряды по многочленам Чебышева	70	
3.4.3. Приближения Паде	75	
3.4.4. Неравенства	79	
3.5. Библиография и информация о таблицах	80	
3.5.1. Описание таблиц с указанием источников	80	
3.5.2. Описание других приближений и разложений с указанием источников	81	
Глава 4	Неполные гамма-функции	84
4.1. Определения и разложения в ряды	84	
4.2. Дифференциальные уравнения и уравнения в конечных разностях	85	
4.3. Приближения Паде	86	
4.3.1. Функция ${}_1F_1(1; \nu + 1; -z)$	86	
4.3.2. Функция $z^{1-\nu} e^z \Gamma(\nu, z)$	89	
4.3.3. Погрешность $T_n(\nu, z)$ при $ \arg z/k < \pi$	91	
4.3.4. Отрицательная часть действительной оси и нули функции $F_n(\nu, z)$	96	
4.3.5. Оценка погрешности $T_n(\nu, ze^{\pm i\pi})$ в области перехода и в области $ z/4k > 1$	99	
4.4. Неравенства	103	
4.4.1. Функция $H(\nu, z)$	103	
4.4.2. Функция $\Gamma(\nu, z)$	104	
4.5. Несколько замечаний о вычислении неполной гамма-функции	105	
4.6. Интегральные показательные функции	110	
4.6.1. Связь с неполной гамма-функцией и другие свойства	110	
4.6.2. Разложения в ряды по многочленам Чебышева	111	
4.6.3. Рациональные приближения и приближения Паде	113	
4.7. Интегральный косинус и интегральный синус	122	
4.7.1. Связь с интегральной показательной функцией и другие свойства	122	
4.7.2. Разложения в ряды по многочленам Чебышева	123	
4.8. Функция ошибок	127	
4.8.1. Связь с неполной гамма-функцией и другие свойства	127	
4.8.2. Разложения в ряды по многочленам Чебышева и функциям Бесселя	130	

4.8.3. Приближения Паде	132
4.8.4. Приближения с помощью правила трапеций	141
4.8.5. Неравенства	144
4.9. Интегралы Френеля	145
4.9.1. Связь с функциями ошибок и другие свойства	145
4.9.2. Разложения в ряды по многочленам Чебышева	146
4.10. Библиография и информация о таблицах	149
4.10.1. Библиография	149
4.10.2. Описание таблиц с указанием источников	150
4.10.3. Описание других приближений и разложений с указанием источников	157
Глава 5	Обобщенная гипергеометрическая функция ${}_pF_q$ и G-функция
5.1. Введение	163
5.2. Функция ${}_pF_q$	164
5.2.1. Степенной ряд	164
5.2.2. Формулы дифференцирования и родственные соотношения	169
5.2.3. Интегральные представления и интегралы, содержащие функции ${}_pF_q$	170
5.2.4. Формулы для частных значений переменной и параметров	173
5.3. G-функция	180
5.3.1. Определение и связь с функцией ${}_pF_q$	180
5.3.2. Элементарные свойства	186
5.3.3. Аналитическое продолжение функции $G_{p,p}^{m,n}(z)$	189
5.4. Принцип конфлюентности	190
5.5. Теоремы умножения	194
5.6. Интегралы, содержащие G-функции	196
5.7. Дифференциальные уравнения	200
5.7.1. Функция ${}_pF_q$	200
5.7.2. G-функция	202
5.8. Ряды G-функций	204
5.8.1. Введение	204
5.8.2. Условные обозначения	205
5.8.3. Теоремы разложения	208
5.9. Асимптотические разложения	210
5.9.1. Функция $G_{p,q}^{g,n}(z)$, $n = 0,1$	210
5.9.2. Функции $G_{p,q}^{m,n}(z)$	212
5.9.3. Функция ${}_pF_q(z)$	218
5.10. Разложения в ряды по обобщенным многочленам Якоби, обобщенным многочленам Лягерра и многочленам Чебышева	225
5.10.1. Разложения G-функций	225
5.10.2. Разложения для функции ${}_pF_q$	233
5.11. Разложения в ряды по функциям Бесселя	237
5.12. Полиномиальные и рациональные приближения	238
5.13. Рекуррентные формулы для многочленов и функций, встречающихся в приближениях к обобщенным гипергеометрическим функциям	247

5.13.1. Введение	247
5.13.2. Рекуррентные формулы для обобщенных функций Якоби и Лягерра	249
5.13.3. Рекуррентные формулы для многочленов числителя и знаменателя в рациональных приближениях обобщенной гипергеометрической функции	258
5.13.4. Рекуррентная формула для коэффициентов в разложении G-функции в ряд по обобщенным многочленам Якоби	261
5.14. Неравенства	268

Глава 6	Гипергеометрическая функция Гаусса ${}_2F_1$	272
6.1. Введение		272
6.2. Элементарные свойства		272
6.2.1. Производные		272
6.2.2. Соотношения для смежных функций		273
6.2.3. Интегральные представления		275
6.3. Дифференциальные уравнения		275
6.4. Решения Куммера и формулы преобразования		278
6.5. Аналитическое продолжение		279
6.6. Полное решение и вронскианы		280
6.7. Квадратичные преобразования		287
6.8. Функция ${}_2F_1$ при частных значениях аргумента		287
6.9. Разложения в ряды по многочленам Чебышева		291
6.10. Приближения Паде для функции ${}_2F_1(1, \sigma; \rho + 1; -1/z)$		291
6.11. Неравенства		296
6.12. Библиография и информация о таблицах		296
6.12.1. Основные источники		296
6.12.2. Описание таблиц с указанием источников		297

Глава 7	Конфлюэнтная гипергеометрическая функция	302
7.1. Введение		302
7.2. Интегральные представления		303
7.3. Элементарные соотношения		303
7.3.1. Производные		303
7.3.2. Смежные конфлюэнтные гипергеометрические функции		304
7.3.3. Произведения конфлюэнтных функций		305
7.4. Дифференциальные уравнения		305
7.5. Полное решение и вронскианы		307
7.6. Асимптотические разложения		310
7.7. Разложения в ряды по многочленам Чебышева		312
7.8. Разложения в ряды по функциям Бесселя		313
7.9. Неравенства		314
7.10. Другие обозначения и функции, связанные с конфлюэнтной гипергеометрической функцией		314
7.11. Библиография и информация о таблицах		315

7.11.1. Основные источники	315	
7.11.2. Описание таблиц и других способов приближения с указанием источников	315	
Глава 8	Идентификация ${}_pF_q$ и G-функций со специальными функциями	318
8.1. Введение	318	
8.2. Специальные функции, представленные как функции ${}_pF_q$	318	
8.2.1. Элементарные функции	318	
8.2.2. Неполная гамма-функция и функции, связанные с ней	318	
8.2.3. Гипергеометрическая функция Гаусса	318	
8.2.4. Функции Лежандра	319	
8.2.5. Ортогональные многочлены	319	
8.2.6. Полные эллиптические интегралы	319	
8.2.7. Конфлюентные гипергеометрические функции, функции Уиттекера и функции Бесселя	320	
8.3. Обсуждавшиеся ранее специальные функции, выраженные с помощью G -функции	321	
8.4. Выражение G -функции через названные выше специальные функции	327	
Глава 9	Функции Бесселя и их интегралы	332
9.1. Введение	332	
9.2. Определения, соотношения связи между функциями и степенные ряды	332	
9.3. Разностно-дифференциальные уравнения	334	
9.4. Произведения бесселевых функций	335	
9.5. Асимптотические разложения для больших значений независимой переменной	336	
9.6. Интегралы бесселевых функций	337	
9.7. Разложения в ряды по многочленам Чебышева	338	
9.8. Разложения в ряды по функциям Бесселя	382	
9.9. Рациональные приближения	382	
9.9.1. Введение	383	
9.9.2. Функция $I_\nu(z)$ для малых значений z	383	
9.9.3. Функция $K_\nu(z)$ для больших значений z	389	
9.10. Вычисление бесселевых функций по рекуррентным формулам	403	
9.10.1. Введение	403	
9.10.2. Применение рекуррентной формулы в обратном направлении для вычисления функции $I_\nu(z)$	403	
9.10.3. Выражения в замкнутом виде	405	
9.10.4. Выражения для функции $J_\nu(z)$	413	
9.10.5. Численные примеры	417	
9.11. Вычисление бесселевых функций с помощью квадратурных формул типа формул трапеции	421	
9.12. Неравенства	425	
9.13. Библиография и информация о таблицах	430	

9.13.1. Основные источники	430	
9.13.2. Описание таблиц с указанием источника	431	
9.13.3. Описание других приближений и разложений с указанием источников	439	
Глава 10	Функции Ломмеля, функции Струве и функции Бесселя, связанные с ними	442
10.1. Определения, соотношения связи и степенные ряды	442	
10.2. Асимптотические разложения	444	
10.3. Разложения в ряды по многочленам Чебышева и функциям Бесселя	444	
10.4. Рациональные приближения функции $H_\nu(z) - Y_\nu(z)$ и погрешность в этих приближениях	451	
10.5. Библиография и информация о таблицах	455	
10.5.1. Основные источники	455	
10.5.2. Описание таблиц с указанием источников	455	
Глава 11	Ортогональные многочлены	457
11.1. Введение	457	
11.2. Свойства ортогональности	458	
11.3. Многочлены Якоби	466	
11.3.1. Формулы разложения	466	
11.3.2. Разностно-дифференциальные формулы	469	
11.3.3. Интегралы	469	
11.3.4. Разложение функции x^p в ряд по многочленам Якоби	470	
11.3.5. Теоремы сходимости для разложения в ряды по многочленам Якоби произвольных функций	472	
11.3.6. Вычисление и оценка коэффициентов разложения в ряды по многочленам Якоби некоторой заданной функции $F(x)$	473	
11.4. Многочлены Чебышева $T_n(x)$ и $U_n(x)$	484	
11.5. Многочлены Чебышева $T_n^*(x)$ и $U_n^*(x)$	490	
11.6. Коэффициенты разложения интегралов функций в ряды по многочленам Чебышева первого рода	493	
11.6.1. Введение	493	
11.6.2. Ряды по сдвинутым многочленам Чебышева	496	
11.6.3. Разложения по многочленам Чебышева четного порядка	499	
11.6.4. Разложения по многочленам Чебышева нечетного порядка	500	
11.7. Свойства ортогональности многочленов Чебышева и их связь с вопросами суммируемости разложений по этим многочленам	501	
11.8. Применение схемы Горнера для вычисления разложений в ряды функций, удовлетворяющих линейным разностным уравнениям конечного порядка	508	

Глава 12	Вычисления с помощью рекуррентных формул	516
12.1. Введение		516
12.2. Однородные разностные уравнения		516
12.3. Неоднородные разностные уравнения		520
Глава 13	Некоторые аспекты рациональных и полиномиальных приближений	523
13.1. Введение		523
13.2. Приближения с помощью разложения в ряды по многочленам Чебышева первого рода		523
13.3. Таблица Паде		527
13.4. Приближение функций, определяемых дифференциальным уравнением (τ -метод)		529
13.5. Приближение функций, определяемых степенными рядами		533
13.6. Решение дифференциальных уравнений с помощью разложения в ряд по многочленам Чебышева первого рода		534
Глава 14	Разное	540
14.1. Введение		540
14.2. Многочлены и числа Бернулли		540
14.3. Операторы D и δ		542
14.4. Вычисление и проверка таблиц		544
14.5. Математические константы		548
14.6. Список работ, появившихся за последнее время		549
	Список литературы	553
	Указатель обозначений	586
	Предметный указатель	595